

Niveaux de Landau, diamagnétisme et oscillations quantiques

Gilles Montambaux

September 24, 2020

Abstract

Quelques remarques sur l'histoire des niveaux de Landau et des oscillations quantiques pour les cas non-relativiste et relativiste

1926 - Schrödinger

De janvier à septembre 1926, Schrödinger[1] publie son équation dans 4 papiers (janvier : dérivation de l'équation de Schrödinger et atome d'hydrogène, février : oscillateur harmonique et rotateur (molécule diatomique), mai : équivalence avec l'approche de Heisenberg, effet Stark, septembre : scattering, eq. dépendant du temps).

Le second papier traite de l'oscillateur harmonique. Il montre que l'on trouve une quantification en $(n + 1/2)\hbar\omega$ contrairement à la théorie semiclassical de Planck qui n'a pas le 1/2. Fait remarquer que Heisenberg l'a aussi. Il mentionne le cas relativiste et le champ magnétique en disant que cela reste à faire...

1928 - Rabi

Rabi, dans un papier envoyé le 7 mai 1928, *l'électron libre sous champ magnétique dans la théorie de Dirac* [2] (il n'a pas perdu de temps... le papier de Dirac [3] a été envoyé le 2 janvier 1928) trouve la quantification des niveaux d'énergie sous champ (faire $p_z = 0$) :

$$E^2 = m^2c^4 + 2nc^2\hbar eB . \quad (1)$$

Ce sont les niveaux de Landau du graphène gappé (nitrure de bore)!. En particulier pour le cas sans masse (sans gap) on obtient

$$E = \pm c\sqrt{2n\hbar eB} . \quad (2)$$

Mais Rabi s'intéresse au cas massif et champ faible. En développant (1), il obtient

$$E = mc^2 + n\frac{\hbar eB}{m} \quad (3)$$

et fait remarquer qu'il trouve n au lieu de $n + 1/2$ pour Schrödinger. La différence correspond à l'énergie Zeeman du spin 1/2, $E_Z = \pm\mu_B B = \pm\frac{e\hbar}{2m}B$, puisque le spin est incorporé implicitement dans l'équation de Dirac. Rabi écrit d'ailleurs explicitement : "Dans la théorie de Dirac, il n'est en principe pas permis de séparer le mouvement de translation de l'électron de son mouvement de rotation".

On remarque que le papier s'appelle *l'électron libre sous champ magnétique dans la théorie de Dirac* alors qu'il n'existe pas de papier le précédant sur "l'électron libre sous champ magnétique dans la théorie de Schrödinger"... Schrödinger a traité l'oscillateur harmonique mais pas l'électron sous champ. Entre Schrödinger et Rabi, il semblait peut-être évident que les électrons libres sous champ, c'est équivalent à l'oscillateur harmonique, mais il n'y a pas de traitement plus précis avant Landau. En particulier, Rabi ne parle pas de la dégénérescence des niveaux.

1930 - Landau

C'est Landau qui fait explicitement la connection pour le problème d'électrons libres sous champ magnétique (non relativiste, donc avec l'équation de Schrödinger) sous la forme qui nous est familière. Il relie explicitement ce problème à celui de l'oscillateur harmonique pour lequel, "wie bekannt", les niveaux sont en $(n + 1/2)B$. Il calcule la susceptibilité diamagnétique et les oscillations de grand potentiel et d'aimantation en champ plus fort. Selon Shoenberg[6], "his prediction came in somewhat of a 'throwaway' remark, in which the possible effect is immediately dismissed as essentially unobservable... since on account of the inhomogeneity of available fields there would be always an averaging... He knew nothing about experimental matters, he had consulted Kapitza who had told him that the required homogeneity was impracticable". Quand il écrit son papier, Landau n'a donc aucune connaissance de ce qui se prépare expérimentalement du côté SdH, dHvA. Il passe à autre chose... les transitions de phase en 1936.

1930 - de Haas et van Alphen et la suite

Après l'observation d'anomalies dans le comportement de la résistance du bismuth (Schubnikov-de Haas), de Haas et van Alphen effectuent des mesures d'aimantation. Selon Shoenberg[6], c'est une remarquable coïncidence que dans les quelques mois qui suivent le papier de Landau, de Haas et van Alphen mesurent un comportement oscillant de l'aimantation dans le bismuth. Dans leur papier, ils citent Landau sur le diamagnétisme mais ne pointent pas l'importance du papier de Landau pour expliquer leurs oscillations. C'est Peierls qui sera le premier à pointer ce lien dans son papier de 1933 sur la généralisation du papier de Landau à la théorie des bandes[5]. Le développement ultérieur de l'étude théorique et expérimentale des oscillations quantiques est très bien détaillé dans l'introduction du livre de Shoenberg[6].

1956 - McClure

McClure trouve l'expression (2) pour le graphène, Rabi n'est pas cité. Il calcule les oscillations du grand potentiel à température nulle et, sans le faire remarquer, trouve un comportement en $B^{3/2}$ en champ faible au point de Dirac. Mais il s'intéresse à la limite haute température pour laquelle ce comportement disparaît et pour laquelle on retrouve un comportement quadratique, donc une réponse linéaire pour l'aimantation.

References

- [1] E. Schrödinger, *Quantization as an eigenvalue problem, I, II, IV, en allemand*, Ann. Phys. **79**, 361, 489, **81** (1926)
On the connection of Heisenberg-Born-Jordan's quantum mechanics with mine, III, Ann. Phys. **79**, 734 (1926)
- [2] I. Rabi, *The free electron in a homogeneous magnetic field after Dirac Theory, en allemand*, Z. Phys. **49**, 507 (1928)
- [3] P.A.M. Dirac, *The quantum theory of the electron*, Proc. Roy. Soc. London **117**, 610, **118**, 351 (1928)
- [4] L.D. Landau, Z. Phys. *Diamagnetism of metals, Diamagnetismus der Metalle, en allemand*, Z. Phys. **64**, 629 1930
- [5] R. Peierls, *Zur Theorie des Diamagnetismus von Leitungselektronen*, Z. Phys. **80**, 763 (1933)
- [6] D. Shoenberg, *Magnetic oscillations in metals*, Cambridge Monographs in Physics (1984)
- [7] J.W. McClure, *Diamagnetism of graphite*, Phys. Rev. **104**, 666 (1956)