

**10. Zur Theorie
der Strahlung schwarzer Körper. Kritisches;
von W. Wien.**

In der letzten Zeit sind die theoretischen und experimentellen Untersuchungen über die Strahlung schwarzer Körper Gegenstand vielfacher Erörterungen geworden. Ich möchte mich noch in kritischer Weise eingehender über diese Frage äussern als ich es in dem Bericht des internationalen Physikercongresses in Paris gethan habe.

Auf rein thermodynamischer Grundlage und auf der elektromagnetischen Lichttheorie abgeleitet ist von Boltzmann das Gesetz, dass die Gesamtstrahlung proportional der vierten Potenz der absoluten Temperatur zunimmt, und von mir das Gesetz, nach dem die Veränderung jeder Wellenlänge umgekehrt proportional der absoluten Temperatur vor sich geht.

Diese beiden Gesetze sind in ihrer Begründung¹⁾ gesichert und von der Erfahrung durchaus bestätigt.

Auch die anderen rein thermodynamischen Folgerungen, die ich aus dem Kirchhoff'schen Gesetz abgeleitet habe, können als sichergestellt angesehen werden und sind auch, soviel mir bekannt geworden ist, niemals angefochten. Nur gegen die Ausnahmestellung, die ich der magnetischen Drehung der Polarisationssebene anwies, hat sich Hr. Brillouin²⁾ in einem Aufsatz gewandt, der erst bei Gelegenheit des Pariser Congresses zu meiner Kenntnis gelangte.

1) Hr. Thiesen hat gegen die Strenge meines ursprünglichen Beweises Bedenken erhoben (Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 37. 1900). Ich möchte hierzu bemerken, dass ich später (Wied. Ann. 52. p. 156. 1894) eine Ableitung gegeben habe, bei welcher die Rechnung mit Mittelwerten, gegen die sich die Bedenken richteten, vollständig vermieden ist.

2) Brillouin, *L'éclairage électrique* 15. p. 265. 1898.

Die Einwürfe des Hrn. Brillouin beruhen auf einem Missverständnis des eigentlich entscheidenden Punktes der Frage, das dadurch hervorgerufen ist, dass ich mich auf die ausführlichen Auseinandersetzungen Kirchhoff's berufen zu können glaubte und daher keine Darstellung des vollständigen Strahlenganges gegeben habe.

Ich will deshalb diesen Punkt, der mir der Aufmerksamkeit in hohem Grade würdig zu sein scheint, etwas ausführlicher behandeln.

Die Grundlage für die Ableitung des Kirchhoff'schen Satzes, auf der auch Clausius sein Gesetz von der Abhängigkeit der Strahlung vom umgebenden Medium aufbaut, ist die Thatsache, dass im Zustande des Wärme Gleichgewichtes zwei schwarze Flächenelemente sich gegenseitig gleiche Mengen Energie zusehen. Befinden sich beide Elemente in demselben Medium, so findet dies immer statt, solange die sogenannte Reciprocität des Strahlenganges stattfindet, d. h. solange ein Strahl, der von einem Punkte des Elementes ds_1 nach einem Punkte des Elementes ds_2 geht, denselben Weg zurücklegt als ein von ds_2 nach ds_1 gehender. Jeder Punkt des Elementes ds_1 sendet dem Element ds_2 die Strahlenmenge zu, die in einem Kegel enthalten ist, der von dem Punkte ausgehend das Element ds_2 umspannt (Fig. 1). Nach bekannten Sätzen ist also die gesamte Strahlenmenge, die von ds_1 nach ds_2 geht,

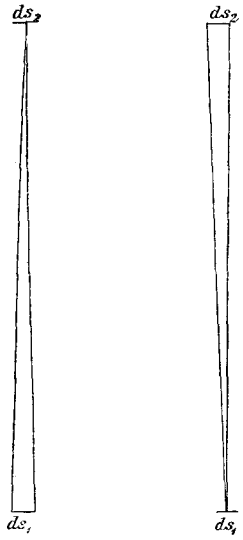


Fig. 1.

$$e ds_1 \frac{ds_2}{r^2},$$

wenn e das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers, r die Entfernung beider Elemente bezeichnet.

Für die von ds_2 nach ds_1 gehende Strahlung ergibt sich

$$e ds_2 \frac{ds_1}{r^2}.$$

Gehen die Strahlen durch beliebige brechende Medien oder werden sie in beliebiger Weise gespiegelt, so ist r vom zurückgelegten Wege und dem Brechungsindex der Medien abhängig, aber solange die Reciprocität des Strahlenganges besteht, ist r für Strahlen, die in entgegengesetzter Richtung gehen, gleich.

Die Reciprocität des Strahlenganges hört aber auf, wenn eine elektromagnetische Drehung der Polarisationssebene eintritt.

Das von ds_1 ausgehende Strahlenbündel gehe zunächst durch ein Nicol'sches Prisma N_1 . Die total reflectirten Strahlen sollen durch einen Spiegel wieder nach ds_1 zurückgeworfen werden. Die andere Hälfte geht, linear polarisirt, durch die Platte P , wo durch magnetische Kräfte die Polarisationssebene um 45° gedreht werden soll. Weiter fallen diese Strahlen auf N_2 . Dies Nicol'sche Prisma soll so orientirt sein, dass alle diese Strahlen hindurchgehen und auf ds_2 fallen. Von den in umgekehrter Richtung von ds_2 ausgehenden Strahlen wird die in Nicol N_2 total reflectirte Strahlung zurückgelenkt. Die hindurchgehenden fallen auf P und hier wird ihre Ebene so gedreht, dass sie senkrecht steht auf der Polarisationssebene der von ds_1 kommenden, aus N_1 austretenden Strahlen. Sie können also N_1 nicht passiren, sondern werden total reflectirt, sodann vom Spiegel S_1 zurückgeworfen, wieder in N_1 total reflectirt, ebenso in N_2 , dann wieder von S_2 zurückgeworfen werden sie zum dritten Male von P gedreht und bekommen nun eine Polarisationssebene, die sie durch N_1 vollständig hindurchgehen lässt (Fig. 2). Da diese Strahlen einen längeren Weg zurückgelegt haben, als die von ds_1 nach ds_2 gehenden, so umspannt das Strahlenbündel, das bei gleicher Weglänge ds_1 umspannt haben würde, jetzt ein grösseres Flächenstück. Hier ist r für die beiden Richtungen verschieden zu setzen und wir haben für die Strahlung, die von ds_1 nach ds_2 geht,

$$e ds_1 \frac{ds_2}{r_1^2},$$

für die umgekehrt von ds_2 nach ds_1 gehende

$$e ds_2 \frac{ds_1}{r_2^2}.$$

Da ich nun r_2 beliebig gross gegen r_1 machen kann, so kann ich die zweite Strahlenmenge gegen die erste verschwinden lassen. Durch Spiegel S_3 kann ich die an ds_1 vorbeigehenden Strahlen wieder nach ds_2 zurückreflectiren. Ich kann also

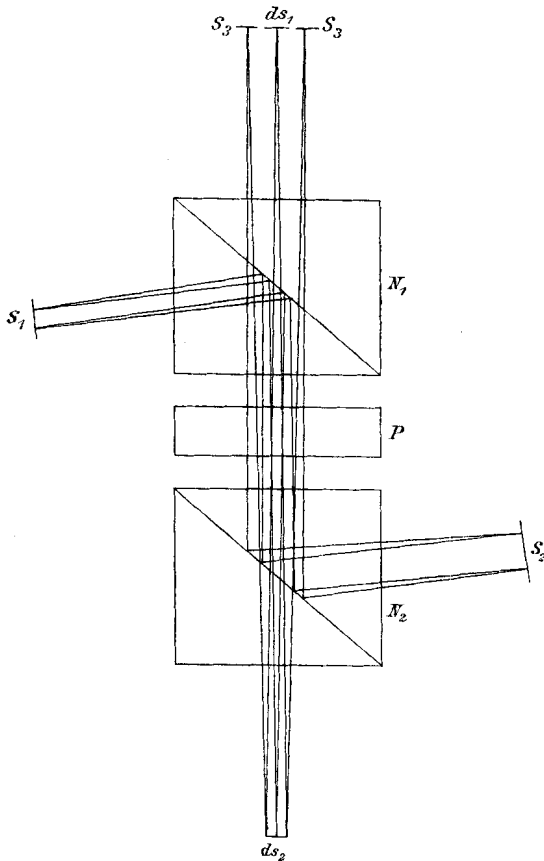


Fig. 2.

mit unbegrenzter Annäherung die Anordnung so treffen, dass ds_2 dreimal soviel Strahlung erhält als ds_1 , wie ich es früher behauptet habe.

Diese Betrachtung hat eine gewisse Analogie zu dem von Clausius gegebenen Beweis der Abhängigkeit der Strahlung vom umgebenden Medium.

Es möge (Fig. 3) ds_1 in einem optisch dünneren, ds_2 in einem optisch dichteren Medium liegen. Hier ist nun zwar die Reciprocität des Strahlenganges bei den zwischen ds_1 und ds_2 hin und hergehenden Strahlen gewahrt, aber die reciproken

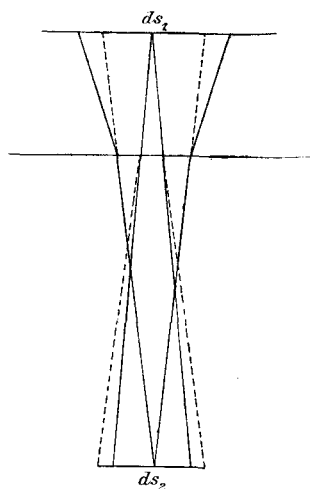


Fig. 3.

Kegel erleiden beim Uebergang von einem Medium zum anderen durch die Brechung eine verschiedene Veränderung. Der von ds_2 nach ds_1 gehende vergrößert seine Oeffnung, der umgekehrte verkleinert sie.

Also gelangen weniger Strahlen nach ds_1 als nach ds_2 . Hier wird der Ausgleich durch die Annahme herbeigeführt, dass ds_2 im Verhältnis des Quadrates des Brechungsindex mehr Strahlung aussendet als ds_1 .

Das Missverständnis des Hrn. Brillouin liegt darin, dass er mit vollkommen parallelen Strahlen

operirt, was bei derartigen Betrachtungen unzulässig ist. Parallele Strahlen sind immer nur ein Grenzfall.

Hr. Planck hat die Ansicht ausgesprochen¹⁾, dass Ausbreitung der Strahlung ein umkehrbarer Vorgang sei, sobald Emission, Absorption und Zerstreung der Strahlung ausgeschlossen wird. Dem gegenüber muss ich an meiner früher ausgesprochenen Ansicht festhalten, dass Ausbreitung der Strahlung auf einen grösseren Raum nur dann umkehrbar ist, wenn die Strahlung vermöge ihres Druckes bei der Ausbreitung das Maximum der Arbeit leistet, das sie leisten kann.

Da Hr. Planck von einem Strahlenbündel bestimmter Richtung spricht, so will ich im Folgenden ein solches betrachten. Sei ds (Fig. 4) ein schwarzes, strahlendes Element, R_1 eine vollkommen spiegelnde Halbkugel. Alle Strahlen, die von ds ausgehen, kehren wieder zu ihr zurück. Es ist dies ein Zustand, den ich als labiles Gleichgewicht der Strahlung

1) M. Planck, Ann. d. Phys. 1. p. 736. 1900.

bezeichnet habe. Denken wir uns auf ds einen vollkommenen Spiegel gelegt, so wird am Gleichgewicht der Strahlung nichts gestört, ebenso wenig, wenn der Spiegel vollkommen zerstreut. Lassen wir nun R_1 sich allmählich ausdehnen und in R_2 übergehen, so wird nach wie vor alle Strahlung nach ds zurückkehren.

Bei dieser Ausdehnung kann man eine bestimmte Menge Arbeit gewinnen, die sich aus dem elektromagnetischen Druck und der Dichtigkeit der Strahlung leicht berechnen lässt. Mit dieser Arbeit kann ich dann bei der Zusammenziehung der Kugel von R_2 auf R_1 den Druck der Strahlen wieder überwinden und den Anfangszustand wiederherstellen.

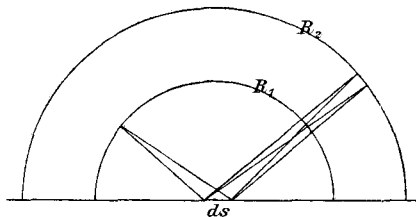


Fig. 4.

Wenn ich dagegen R_1 plötzlich beseitige und die Strahlung sich bis R_2 ausdehnen lasse, so wird ein neuer Gleichgewichtszustand hergestellt, bei dem die Strahlung nicht dieselbe Dichte hat, als wenn ds mit der ursprünglichen Temperatur gegen R_2 strahlen würde. Es entspricht dies einer Temperaturerniedrigung, für die keine Compensation geleistet ist. Der Vorgang ist also nicht umkehrbar. Hierbei ist keine Emission, Absorption oder Zerstreung der Strahlen eingetreten.

Die Energieverteilung im Spectrum der Strahlung eines schwarzen Körpers lässt sich nach unseren bisherigen Kenntnissen der Eigenschaften der Körper aus rein thermodynamischen Betrachtungen nicht gewinnen. Gegen einen Versuch¹⁾, aus gastheoretischen Hypothesen die Emissionsfunction abzuleiten, sind zwei Einwürfe erhoben worden.²⁾

Ich hatte angenommen, dass jedes Molecül nur Strahlen einer Wellenlänge aussendet und dass die Strahlung pro-

1) W. Wien, Wied. Ann. 58. p. 662. 1896.

2) O. Lummer u. E. Jahnke, Ann. d. Phys. 3. p. 283. 1900.

portional zu setzen ist der Anzahl der diese Schwingungen aussendenden Molecüle. Nun hängt die Strahlung eines schwarzen Körpers nicht von der Natur der die Strahlung herstellenden Molecüle ab. Also dürfte auch die Anzahl der strahlenden Molecüle nicht in Frage kommen. Ich habe hiergegen schon in meinem Pariser Referat bemerkt, dass die Anzahl der Molecüle durch den zweiten Hauptsatz notwendig wird, weil die Irreversibilität und damit die Herstellung des Wärmegleichgewichtes nur erst durch das Zusammenwirken einer grossen Anzahl von Molecülen hervorgerufen wird. Bei einer geringen Anzahl würde sich überhaupt kein Gleichgewichtszustand der Strahlung herstellen. Der zweite Einwand bezieht sich darauf, dass bei der Anwendung des Maxwell'schen Verteilungsgesetzes ein die Temperatur enthaltender Factor fortgelassen ist.

Ich habe die Begründung für das Fortlassen dieses Factors nicht gegeben, weil dieselbe ausserordentlich einfach ist. Ich will nun, da hieraus ein Einwand gegen die Ableitung meines Gesetzes gemacht ist, etwas näher darauf eingehen.

Wenn man den Factor beibehält, so erhält man, wie die Herren Lummer und Jahnke richtig bemerken, die Formel

$$E_{\lambda} = \frac{C}{\lambda^2 \cdot 9^2} e^{-\frac{c}{\lambda \vartheta}}.$$

Nun müssen aber, wie ich früher gezeigt habe¹⁾, alle Formeln verworfen werden, die zu einer Curve führen, die steiler gegen die Abscissenaxe abfällt, wie die Curve

$$\frac{\text{const.}}{\lambda^5}.$$

Es darf nämlich die Energie einer bestimmten Wellenlänge nicht sinken, wenn die Temperatur steigt. Dies würde aber bei der obigen Formel der Fall sein. Von einer bestimmten Temperatur an würde E mit weiter steigender Temperatur kleiner werden. Dass aber E mit steigender Temperatur nicht sinken darf, ist eine ebenso notwendige thermodynamische Folgerung, wie das Stefan'sche Gesetz und das Verschiebungsgesetz, die für die Feststellung der Formel herangezogen sind.

1) W. Wien, Wied. Ann. 52. p. 159. 1894.

Das Fortlassen des Factors $(\lambda \vartheta)^{-\frac{3}{2}}$ ist daher thermodynamisch wohlbegründet. Weshalb dadurch der physikalische Sinn des Maxwell'schen Verteilungsgesetzes verloren gehen soll, habe ich nicht verstehen können.

Ich setze die Strahlung bei einer constant gehaltenen Temperatur der Anzahl der strahlenden Molecüle proportional. Es folgt dann das Gesetz, das ich abgeleitet habe, sobald eben alle thermodynamisch begründeten Gesetze erfüllt werden sollen. Dies ist ganz unabhängig von der Temperatur, von der ich ausgehe, und wenn nun mit Rücksicht auf die thermodynamischen Gesetze der Factor, der die Temperatur enthält, wegfällt, so bedeutet das physikalisch, dass die Strahlung ausser der Anzahl der Molecüle noch einer bestimmten Temperaturfunction proportional sein muss, damit sie bei jeder Temperatur der Anzahl der Molecüle proportional sei. Das ist aber keine neue Hypothese, sondern durch die thermodynamischen Gesetze gefordert.

Ich möchte hierbei noch bemerken, dass ich niemals die Begründung meines Gesetzes für zwingend angesehen habe, was schon durch die Notwendigkeit der Einführung uncontrolirbarer Hypothesen ausgeschlossen ist. Ich habe im Gegenteil ausdrücklich ausgesprochen, dass ich durch die Prüfung des Gesetzes an der Erfahrung umgekehrt einen Einblick in die Moleculartheorie erwartete.

Auf die übrigen Erörterungen der Arbeit von Lummer und Jahnke einzugehen, halte ich insofern für unnötig, als es sich darin ausschliesslich um die Aufstellung rein empirischer Formeln handelt.

Was nun die Vergleichung des eben besprochenen Strahlungsgesetzes mit der Erfahrung betrifft, so ist die Uebereinstimmung für kürzere Wellen eine so gute, dass dieselbe nicht mehr als zufällig angesehen werden kann. Für längere Wellen haben sich Abweichungen gezeigt.¹⁾ Ich muss nun zunächst hervorheben, dass ich immer noch, im Gegensatze zu Hrn. Planck²⁾, an der früher geäusserten Ansicht³⁾ festhalte, dass

1) Wenn sich solche Abweichungen bei einer bestimmten Temperatur zeigen, so folgt aus meinem Verschiebungsgesetz, dass sie mit steigender Temperatur zu immer kleineren Wellenlängen vorrücken.

2) M. Planck, Ann. d. Phys. I. p. 725. 1900.

3) W. Wien, Wied. Ann. 49. p. 633. 1893.

kurze und lange elektromagnetische Wellen nicht nur einen quantitativen Unterschied in ihren Beziehungen zur Wärmestrahlung darstellen. Bei der Absorption ist jetzt wohl allgemein angenommen, dass diese bei längeren Wellen durch einen einzelnen Vector, oder, was dasselbe bedeutet, unter Voraussetzung der Continuität der Materie dargestellt wird, dass dagegen bei kürzeren Wellen der Einfluss der Molecularconstitution der Körper von Einfluss ist. Ganz dasselbe muss auch für die Emission gelten. Ich halte es daher von vornherein für unwahrscheinlich, dass ein Strahlungsgesetz, das sich auf molecularen Hypothesen aufbaut, auch für sehr lange Wellen noch gültig bleiben soll. Die Uebereinstimmung mit der Erfahrung für kurze Wellen spricht offenbar dafür, dass die gemachten Voraussetzungen bei nicht zu langen Wellen annähernd zutreffen.

Mit Rücksicht hierauf halte ich es für wenig aussichtsvoll, ein allgemein gültiges Strahlungsgesetz auf molecularen Hypothesen aufzubauen, solange eine rein thermodynamische Ableitung unmöglich ist. Es scheint mir vielmehr die Meinung des Hrn. Paschen, die er mir brieflich mitgeteilt hat, zunächst mehr zu versprechen, die Darstellung des Strahlungsgesetzes für lange Wellen, unabhängig von dem für kürzere Wellen gültigen, zu versuchen, ebenso wie man für langsame elektrische Schwingungen andere Formeln braucht als für sehr schnelle.

Hr. Planck¹⁾ hat in einer auf der Resonanz eines elektrischen Dipols begründeten Theorie einen Ausdruck für die elektromagnetische Entropie abgeleitet, aus dem das von mir aufgestellte Strahlungsgesetz folgt.

Ich habe gegen diese Ableitung schon in meinem Pariser Bericht zwei Bedenken erhoben. Erstens fehlt der Nachweis, dass die eingeführte Hypothese der natürlichen Strahlung die einzige ist, die zur Irreversibilität führt. Es bleibt daher zweifelhaft, ob die betrachteten Vorgänge mit der Wärmestrahlung überhaupt etwas zu thun haben. Dann werden bei der Ableitung des Ausdruckes für die Entropie die strahlenden Resonatoren als unabhängig voneinander angenommen. Anderer-

1) M. Planck, Ann. d. Phys. 1. p. 69 u. p. 719. 1900.

seits beruht die Ableitung darauf, dass mehrere Resonatoren vorhanden sind. Hierin scheint mir ein Widerspruch zu liegen. Sollten diese beiden Lücken sich noch ausfüllen lassen, so wäre die Planck'sche Theorie streng thermodynamisch begründet.

Endlich möchte ich noch eine Bemerkung von Lord Rayleigh¹⁾ besprechen, die er gegen mein Strahlungsgesetz gemacht hat, dass nämlich die Strahlung bei unendlich wachsender Temperatur gegen eine bestimmte Grenze convergirt.

Das ist allerdings der Fall, dafür wird dann aber die Energie in der Nähe der Wellenlänge Null unendlich gross, d. h. es tritt schliesslich nur noch eine Steigerung der Intensität der ganz kurzen Wellenlängen auf, während die längeren Wellen nicht mehr zunehmen. Die Steigerung der Gesamtemission folgt nach wie vor dem Stefan'schen Gesetz.

Dass bestimmte Wellenlängen nicht mehr zunehmen, ist übrigens nach dem Gesetz für jede Temperatur der Fall. Es sind das die Wellenlängen, bei denen $c/\lambda \vartheta$ sehr klein ist. Hiernach sind Strahlen von sehr grosser Wellenlänge überhaupt bei keiner Temperatur über eine gewisse Intensität hinaus zu erreichen, was die Erfahrung bisher bestätigt hat. Einen Einwurf gegen mein Gesetz kann ich in diesem Verhalten nicht finden.

1) Lord Rayleigh, *Phil. Mag.* **49.** p. 539. 1900.

(Eingegangen 12. October 1900.)