10. *Ueber die Elementarquanta der Materie und der Elektricität; von Max Planck.*

(Aus den Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, 2. p. 244. 1900, mitgeteilt vom Verfasser.)

In seiner grundlegenden Abhandlung „Ueber die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung bez. den Sätzen über das Wärmegleichgewicht" hat Hr. L. Boltzmann[1]) die Entropie eines im Gleichgewicht befindlichen einatomigen Gases dargestellt durch den Logarithmus der Wahrscheinlichkeit des Zustandes, indem er die Beziehung[2]) nachwies:

$$\int \frac{d\,Q}{T} = \tfrac{2}{3}\Omega = \tfrac{2}{3}\log \mathfrak{P}.$$

Hier bedeutet $d\,Q$ die von aussen zugeführte Wärme in mechanischem Maasse, T die mittlere lebendige Kraft eines Atoms, und $\Omega = \log \mathfrak{P}$ den natürlichen Logarithmus der durch die Anzahl $\mathfrak{P}$ der möglichen „Complexionen" gemessenen Wahrscheinlichkeit der stationären Geschwindigkeitsverteilung unter den Atomen.

Nun ist, wenn m die Masse eines g-Atoms, ω das Verhältnis der Masse eines wirklichen Atoms zu der Masse eines g-Atoms, und $\overline{c^2}$ das mittlere Quadrat der Geschwindigkeit bezeichnet:

$$T = \tfrac{1}{2}\,\omega\, m\, \overline{c^2},$$

ferner:

$$\overline{c^2} = \frac{3\,R\,\vartheta}{m},$$

wobei R die sogenannte absolute Gasconstante ($8{,}31 \,.\, 10^7$ für $O = 16$), ϑ die Temperatur bedeutet; folglich die Entropie des Gases:

$$\int \frac{d\,Q}{\vartheta} = \omega\, R \log \mathfrak{P}.$$

---

1) L. Boltzmann, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien (II) 76. p. 373. 1877.

2) l. c. p. 428.

Andererseits hat sich in der von mir entwickelten elektromagnetischen Theorie der Wärmestrahlung für die Entropie einer grossen Anzahl von unabhängig schwingenden, in einem stationären Strahlungsfelde befindlichen linearen Resonatoren der folgende Ausdruck[1]) ergeben:

$$k \log \mathfrak{R},$$

wo $\mathfrak{R}$ die Anzahl der möglichen Complexionen, k die Zahl $1{,}346 \,.\, 10^{-16}$ [erg : grad][2]) bedeutet.

Der hier auftretende Zusammenhang zwischen Entropie und Wahrscheinlichkeit hat wohl nur dann einen physikalischen Sinn, wenn er allgemein gilt, nicht nur für die Geschwindigkeiten der Atome und die Schwingungen der Resonatoren einzeln, sondern auch für beide Vorgänge zusammengenommen. Wenn also in dem Gase auch strahlende Resonatoren vorhanden sind, so ist danach die Entropie des ganzen Systems proportional dem Logarithmus der Zahl aller möglicher Complexionen, Geschwindigkeiten und Strahlung zusammengenommen. Da aber nach der elektromagnetischen Theorie der Strahlung die Geschwindigkeiten der Atome vollkommen unabhängig sind von der Verteilung der strahlenden Energie, so ist die Gesamtzahl der Complexionen einfach gleich dem Producte der auf die Geschwindigkeiten und der auf die Strahlung bezüglichen Zahlen, mithin die Gesamtentropie, wenn f einen Proportionalitätsfactor bedeutet:

$$f \log (\mathfrak{P}\,\mathfrak{R}) = f \log \mathfrak{P} + f \log \mathfrak{R}.$$

Der erste Summand ist die kinetische, der zweite die Strahlungsentropie. Durch Vergleichung mit den vorigen Ausdrücken erhält man hieraus:

$$f = \omega R = k,$$

oder

$$\omega = \frac{k}{R} = 1{,}62 \,.\, 10^{-24},$$

d. h. ein wirkliches Molecül ist das $1{,}62 \,.\, 10^{-24}$ fache eines g-Molecüles, oder: ein Wasserstoffatom wiegt $1{,}64 \,.\, 10^{-24}$ g, da $H = 1{,}01$, oder: auf ein g-Molecül eines jeden Stoffes gehen

---

1) M. Planck, vgl. die vorhergehende Abhandlung, Gleichung (5).

2) l. c. Gleichung (16).

$1/\omega = 6{,}175 \,.\, 10^{23}$ wirkliche Molecüle. Hr. O. E. Meyer[1]) berechnet diese Zahl auf $640 \,.\, 10^{21}$, also nahe übereinstimmend.

Die Loschmidt'sche Constante $\mathfrak{N}$, d. h. die Anzahl Gasmolecüle in 1 ccm bei 0° C. und 1 Atm. Druck ist:

$$\mathfrak{N} = \frac{1013200}{R \,.\, 273 \,.\, \omega} = 2{,}76 \,.\, 10^{19}.$$

Hr. Drude[2]) findet $\mathfrak{N} = 2{,}1 \,.\, 10^{19}$.

Die Boltzmann-Drude'sche Constante α, d. h. die mittlere lebendige Kraft eines Atomes bei der absoluten Temperatur 1 ist:

$$\alpha = \tfrac{3}{2}\,\omega\, R = \tfrac{3}{2}\,k = 2{,}02 \,.\, 10^{-16}.$$

Hr. Drude[3]) findet $\alpha = 2{,}65 \,.\, 10^{-16}$.

Das Elementarquantum der Elektricität e, d. h. die elektrische Ladung eines positiven einwertigen Ions oder Elektrons ist, wenn ε die bekannte Ladung eines einwertigen g-Ions bedeutet:

$$e = \varepsilon\,\omega = 4{,}69 \,.\, 10^{-10} \text{ elektrostatisch.}$$

Hr. F. Richarz[4]) findet $1{,}29 \,.\, 10^{-10}$, Hr. J. J. Thomson[5]) neuerdings $6{,}5 \,.\, 10^{-10}$.

Alle diese Beziehungen beanspruchen, wenn die Theorie überhaupt richtig ist, nicht annähernde, sondern absolute Gültigkeit. Daher fällt die Genauigkeit der berechneten Zahlen wesentlich mit derjenigen der relativ unsichersten, der Strahlungsconstanten k, zusammen, und übertrifft somit bei weitem alle bisherigen Bestimmungen dieser Grössen. Ihre Prüfung durch directere Methoden wird eine ebenso wichtige wie notwendige Aufgabe der weiteren Forschung sein.

---

1) O. E. Meyer, Die kinetische Theorie der Gase, 2. Aufl. p. 337. 1899.

2) P. Drude, Ann. d. Phys. 1. p. 578. 1900.

3) l. c.

4) F. Richarz, Wied. Ann. 52. p. 397. 1894.

5) J. J. Thomson, Phil. Mag. (5) 46. p. 528. 1898.

(Eingegangen 9. Januar 1901.)