

Über Gasentartung und Paramagnetismus.

Von W. Pauli jr. in Hamburg.

(Eingegangen am 16. Dezember 1926.)

Die auf einer Verallgemeinerung der „Äquivalenzregel“ des Atombaus beruhende, von Fermi herrührende Quantenstatistik des einatomigen idealen Gases wird auf den Fall von Gasatomen mit Drehimpuls erweitert und auf die Magnetisierung solcher Gase angewendet. Betrachtet man die Leitungselektronen im Metall als entartetes ideales Gas — was gewiß nur als ganz provisorisch anzusehen ist, für den vorliegenden speziellen Zweck aber erlaubt sein mag —, so gelangt man auf Grund der entwickelten Statistik zu einem wenigstens qualitativen theoretischen Verständnis der Tatsache, daß trotz des Vorhandenseins des Eigenmomentes des Elektrons viele Metalle (insbesondere die Alkalimetalle) in ihrem festen Zustand keinen oder nur einen sehr schwachen und annähernd temperaturunabhängigen Paramagnetismus zeigen.

§ 1. Übersicht über den gegenwärtigen Stand der Gasentartungsfrage. Von den Theorien der Gasentartung ist in letzter Zeit besonders die Einsteinsche Theorie¹⁾ viel diskutiert worden, die auf der Annahme einer weitgehenden Analogie von Molekülgas und schwarzer Strahlung (Lichtquantengas) beruht. Um diese Analogie durchzuführen, überträgt Einstein eine zuerst von Bose²⁾ für das Verhalten der Lichtquanten vorgeschlagene statistische Annahme auf das materielle Gas. (Hier und im folgenden wird es sich stets um einatomige Gase handeln, bei denen von den mechanischen Wechselwirkungskräften zwischen den Atomen herrührende und von der freien Weglänge abhängige Effekte vernachlässigt werden.) Diese Annahme involviert eine statistische Abhängigkeit der Gasatome voneinander und läßt sich folgendermaßen formulieren: Man teile den Phasenraum eines Gasatoms in Zellen von der Größe h^3 , und zwar so, daß diese Zellen in bezug auf die Lagenkoordinaten der Partikel das ganze Volumen V des Gases umfassen, also der Raum der Impulskoordinaten des Gasatoms in Zellen vom Volumen h^3/V geteilt wird. Dann soll ein mikroskopischer Zustand des Gases durch die Angabe definiert sein, wie viele Atome sich in jeder Zelle befinden, gleichgültig, welche individuellen Atome dabei im Spiele sind, und alle so definierten mikroskopischen Zustände sollen gleich wahrscheinlich sein.

Schrödinger³⁾ hat sodann gezeigt, daß diese Statistik des idealen Gases auch in einer anderen Weise dargestellt werden kann, bei der, statt

1) A. Einstein, Berl. Ber. 1924, S. 261; 1925, S. 3.

2) S. N. Bose, ZS. f. Phys. **26**, 178, 1924.

3) E. Schrödinger, Phys. ZS. **27**, 95, 1926.

von den Gasatomen selbst, von den Eigenschwingungen der ihnen zugeordneten de Broglieschen Wellen die Rede ist. Die zunächst etwas befremdende Bosesche Annahme über die Gleichwahrscheinlichkeit gewisser mikroskopischer Zustände des Gases wird hierbei auf die Art der Zuordnung eines Wellenfeldes zur Gesamtheit der Gasatome zurückgeführt und als besondere Annahme entbehrlich. Wir kommen hierauf in § 3 zurück, möchten aber hier bemerken, daß wir die „korpuskulare“ und die „wellenmäßige“ Darstellung der Theorie als zwei gleichberechtigte Beschreibungsweisen des statistischen Verhaltens des Gases auffassen wollen, ohne der einen vor der anderen den Vorzug zu geben.

Eine von der Einsteinschen verschiedene Theorie der Gasentartung ist kürzlich von Fermi ¹⁾ aufgestellt worden. Dieser Verfasser führt eine statistische Abhängigkeit der Gasatome voneinander (bei Benutzung derselben Einteilung des Phasenraumes in Zellen wie der oben beschriebenen) durch die Annahme ein, daß Zustände, bei denen sich mehr als ein Atom in derselben Zelle befindet, nicht vorkommen können. Diese Annahme ist von Fermi in Analogie zu einer vom Verfasser zur Deutung der Komplexstruktur der Spektren und des Schalenabschlusses im periodischen System der Elemente aufgestellten Regel eingeführt worden, die besagt, daß in einem Atom niemals zwei Elektronen vorkommen können, für die alle vier Quantenzahlen, die ein Elektron (in einem äußeren Kraftfeld) charakterisieren, übereinstimmen. Gemäß der physikalischen Deutung der vierten Quantenzahl durch Goudsmit und Uhlenbeck als bedingt durch den Eigenmagnetismus des Elektrons können wir den Sinn dieser Regel in die Aussage zusammenfassen, daß in einem in der Natur realisierten Quantenzustand eines Atoms nicht zwei Elektronen vorkommen können, die (nach Aufhebung der Entartung durch ein äußeres Kraftfeld) sowohl hinsichtlich ihrer Translationsbewegung als auch hinsichtlich ihres Eigenmagnetismus kinematisch vollkommen äquivalent sind. Es möge diese Regel daher im folgenden kurz als „Äquivalenzregel“ bezeichnet werden.

Um die Frage, welcher von den beiden genannten Theorien der Gasentartung der Vorzug zu geben ist, diskutieren zu können, müssen wir die letzte Entwicklung der Anwendung der Quantenmechanik auf Systeme, die aus mehreren vollkommen gleichen Partikeln bestehen, kurz berühren. Heisenberg ²⁾ hat gezeigt, daß für solche Systeme die Quanten-

¹⁾ E. Fermi, ZS. f. Phys. **36**, 902, 1926.

²⁾ W. Heisenberg, ZS. f. Phys. **38**, 411, 1926, **39**, 499, 1926.